

---

## Einführung in die Informatik IV

---

Abgabetermin: Dienstag, 18. Juni 2002, bis 11:00Uhr im Briefkasten bei S0314

### Aufgabe 1

Gegeben sei eine Sprache  $L$  über einem einelementigen Alphabet  $\Sigma = \{a\}$  — solche Sprachen heißen Tally-Sprachen. Im Folgenden soll Schritt für Schritt gezeigt werden, dass jede kontextfreie Tally-Sprache regulär ist, wir setzen also  $L$  als kontextfrei voraus.

Zum Beweis der Regularität definieren wir die Hilfssprachen  $L_{(k,q)} := \{a^k a^{iq} \mid i \geq 0\}$  für  $k, q \in \mathbb{N}_0$ . Zeigen Sie:

- (a)  $L_{(k,q)}$  ist regulär für alle  $k, q$ .
- (b) Ist  $q \geq 1$  und gilt  $k \equiv k' \pmod{q}$ , (d.h.,  $k - k'$  ist durch  $q$  teilbar), so gilt

$$L_{(k,q)} \cup L_{(k',q)} = L_{(\min\{k,k'\},q)}.$$

- (c) Es gibt ein  $n \in \mathbb{N}$  und endlich viele Indizes  $k_{ij}, q_j \geq 1$ , ( $1 \leq i \leq m_j$ ,  $1 \leq j \leq p$ ) mit

$$L = \{z \in L \mid |z| < n\} \cup \bigcup_{j=1}^p \bigcup_{i=1}^{m_j} L_{(k_{ij}, q_j)}.$$

(*Hinweis:* Versuchen Sie es mit dem  $n \in \mathbb{N}$  aus dem Pumping-Lemma.)

- (d)  $L$  ist regulär.

### Aufgabe 2

Sei  $\Sigma$  ein endliches Alphabet und  $L = \Sigma^* - \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$  das Komplement der (nicht kontextfreien) Sprache  $\{ww \mid w \in \Sigma^*\}$ . Zeigen Sie:

- (a) Für ein Wort  $x \in \Sigma^*$  der Länge  $2n$  gilt:  $x \in L \iff \exists i : 1 \leq i \leq n \wedge x_i \neq x_{i+n}$  ( $x_i$  bezeichnet das  $i$ -te Zeichen in  $x$ ).
- (b) Die Sprache  $L$  ist kontextfrei. Hinweis: Konstruieren Sie einen nichtdeterministischen Kellerautomaten, der die Aussage von (a) implementiert.

### Aufgabe 3

Sei  $L$  eine reguläre Sprache über dem endlichen Alphabet  $\Sigma$ . Konstruieren Sie einen LBA, der die Sprache  $\{ww \mid w \in L\}$  erkennt.

### Aufgabe 4

Für eine Zahl  $n \in \mathbb{N}_0$  bezeichnet  $b(n) \in L(0 + 1\{0, 1\}^*)$  bzw.  $u(n) \in a^*$  die binäre bzw. die unäre Darstellung. Konstruieren Sie eine Ein-Band-Turing-Maschine, die die Eingabe  $b(n)$  in  $u(n)$  umwandelt.