

---

## Diskrete Strukturen I

---

### 35. Rekursion I

Lösen Sie die Rekursion  $a_0 = 1, a_{n+1} = 2a_n + n \forall n \geq 0$ .

### 36. Rekursion II

Gegeben die Rekursionsgleichung  $a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0 \forall n \geq 2$  mit variablen Anfangsbedingungen  $a_0 = a$  und  $a_1 = b$ .

- Bestimmen Sie die vollständige Rekursion.
- Zeigen Sie, dass  $A(z) = \frac{a+(b-4a)z}{1-4z+4z^2}$  die Erzeugendenfunktion der Rekursionsgleichung ist.
- Zeigen Sie, dass  $a_n = \left(\left(\frac{b}{2} - a\right)n + a\right) 2^n$

### 37. Exponentiellerzeugende

- a) Sei

$$G(z) = \sum_{n \geq 0} a_n \frac{z^n}{n!}$$

die zur Folge  $(a_n)_{n \geq 0}$  gehörige *exponentielle Erzeugendenfunktion*. Zeigen Sie, dass  $G'(z) = \sum_{n \geq 0} a_{n+1} \frac{z^n}{n!}$

- b) Zeigen Sie: Für die exponentielle Erzeugendenfunktion der Rekursion

$$a_0 = 1 \quad a_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{a_k}{2^k}$$

gilt:  $G(z) = e^{2z}$ . Geben Sie eine explizite Darstellung der  $a_n$  an.

(Hinweis:  $e^x = \sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!}$ .)

### 38. Graphzusammenhang

Gibt es für jedes  $n \geq 2$  einen unzusammenhängenden (ungerichteten) Graphen  $G = (V, E)$  mit  $n$  Knoten und  $m > \binom{n-1}{2}$  Kanten? (Begründen Sie Ihre Antwort!)