

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

---

*Abgabetermin: 10.05.2005 vor der Vorlesung*

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei  $T = (V, E)$  ein Baum. Für  $u, v \in V$  bezeichne  $d_T(u, v)$  die Distanz zwischen  $u$  und  $v$  in  $T$ . Für  $v \in V$  ist

$$\text{ecc}(v) =_{\text{def}} \max_{u \in V} d_T(v, u)$$

die *Zentralität* des Knoten  $v$ . Ein Knoten  $v$  mit  $\text{ecc}(v) = \min_{u \in T} \text{ecc}(u)$  heißt *Zentrum* von  $T$ .

- Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, um das Zentrum eines Baumes zu berechnen.
- Ist das Zentrum eines Baumes eindeutig? Falls nicht, wieviele Zentren kann ein Baum haben?

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Sei  $G = (V, E)$  ein einfacher, ungerichteter, gewichteter Graph mit injektiver Gewichtsfunktion  $w : E \rightarrow \mathbb{Z}$  (d.h. alle Kanten haben unterschiedliche Gewichte). Zeigen Sie, dass unter dieser Bedingung der minimale Spannbaum von  $G$  eindeutig ist.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei  $G = (V, E)$  ein einfacher, gerichteter, gewichteter, azyklischer Graph mit Gewichtsfunktion  $w : E \rightarrow \mathbb{Z}$ . Geben Sie einen effizienten Algorithmus zur Berechnung des längsten gerichteten Pfades zwischen einem Startknoten  $s$  und einem Zielknoten  $t$  an. Spezifizieren Sie dazu die Graphrepräsentation und alle Datenstrukturen, die Sie verwenden, und analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.