

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

---

Abgabetermin: 20.06.2005 vor der Vorlesung

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Geben Sie die asymptotische Laufzeit des Algorithmus von Ford und Fulkerson (in Abhängigkeit von  $n$ ,  $m$  und  $k$ ) für den Fall an, dass für eine Konstante  $k \geq 0$  nur Flußnetzwerke als Eingabe auftreten, deren Kapazitätsfunktionen durch  $k$  nach oben beschränkt sind.

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Ein Taxiunternehmen erhält  $n$  Aufträge von  $n$  unterschiedlichen Orten. Es stehen  $m \geq n$  Taxis zu Verfügung, die an  $m$  Standpunkten stehen. Die Distanz zwischen dem Standpunkt von Taxi  $i$  und dem Ort  $j$  sei  $d_{ij}$ . Um einen Auftrag zu erfüllen, muss ein Taxi von seinem Standpunkt zum Auftragsort fahren. Geben Sie einen Algorithmus an, der  $n$  der Taxis so auswählt, dass die gesamte Distanz, die zurückgelegt werden muss, um die entstehenden Aufträge zu erfüllen, minimiert wird.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Verwenden Sie den Algorithmus von Ford und Fulkerson sowie das MAXFLOW, MINCUT-Theorem, um den Heiratssatz zu beweisen:

**Heiratssatz von Hall (1935):** Sei  $G = (V, E)$  ein bipartiter Graph,  $V = X \cup Y$ . Es gibt ein Matching  $M \subseteq E$  mit  $\|M\| = \|X\|$  genau dann wenn für alle  $A \subseteq X$  gilt  $\|A\| \leq \|N(A)\|$ . (Hierbei ist  $N(A) =_{\text{def}} \{y \in Y \mid \text{es gibt } x \in A \text{ mit } \{x, y\} \in E\}$ .)