

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

---

Abgabetermin: 03.02.2006 vor der Zentralübung

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei  $d \in \mathbb{N}, d \geq 2$ . Ein  $d$ -Heap ist definiert als ein vollständiger  $d$ -ärer Baum, der die heapbedingung erfüllt. Beschreiben Sie eine Implementierung von  $d$ -Heaps, welche die INSERT-Operation in Zeit  $O(\log_d n)$ , die FINDMIN-Operation konstanter und die DELETE-Operation in Zeit  $O(d \cdot \log_d n)$  ermöglicht.

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine Implementierung von Dijkstra's Algorithmus unter Verwendung von  $d$ -Heaps Laufzeit  $O(m \log_{2+\frac{m}{n}} n)$  hat. (*Hinweis* Sie können davon ausgehen, dass ein  $d$ -Heap mit  $n$  Elementen in Zeit  $O(n)$  aufgebaut werden kann.)

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei  $G = (V, E, w)$  ein gerichteter Graph mit Kantengewichten  $0 < r(u, v) < 1$  für alle  $(u, v) \in E$ . Die Größe  $r(u, v)$  bezeichne die Zuverlässigkeit des Links von  $u$  nach  $v$ . Man kann  $r(u, v)$  als Wahrscheinlichkeit dafür interpretieren, dass der Link von  $u$  nach  $v$  nicht ausfällt. Die Zuverlässigkeiten der einzelnen Links sind unabhängig. Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, um den zuverlässigsten Pfad zwischen zwei Knoten zu finden.

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Modifizieren Sie den BELLMANFORD-Algorithmus so, dass

- er TRUE zurückgibt, falls der Eingabegraph keinen Kreis negativer Länge enthält, der von der Quelle  $s$  erreichbar ist.
- er  $d[y] = -\infty$  für alle Knoten  $y$  setzt, für die auf einem Pfad von  $s$  nach  $y$  ein Kreis negativer Länge liegt.