

---

## Einführung in die Theoretische Informatik

---

Abgabetermin: 30. April 2007 vor der Vorlesung

### Hausaufgabe 1 (5 Punkte)

Sei  $\Sigma$  eine endliche, nicht leere Menge von Zeichen und  $\Sigma^*$  die Menge aller Wörter über  $\Sigma$ . Zeigen Sie, dass die Potenzmenge  $\mathcal{P}(\Sigma^*)$  von  $\Sigma^*$  nicht abzählbar ist. Nutzen Sie dabei die Vorteile der Codierung einer Teilmenge  $X$  einer Menge  $M$  als  $\{0, 1\}$ -wertige Funktion  $c_X : M \rightarrow \{0, 1\}$  mit  $c_X(m) = 1 \iff m \in X$ .

### Hausaufgabe 2 (5 Punkte)

Für Zwecke dieser Aufgabe nennen wir eine Produktion  $\epsilon \rightarrow \alpha$  mit dem leeren Wort als linker bzw. einer beliebigen Satzform  $\alpha$  einer Grammatik als rechter Seite eine *freie* Produktion. Wir betrachten die Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S) = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow \epsilon, \epsilon \rightarrow abaabb\}, S)$ .

1. Geben Sie eine Grammatik  $G' = (V', \Sigma', P', S')$  an, die äquivalent ist mit  $G$  im Sinne der Gleichheit der erzeugten Sprachen, also  $L(G') = L(G)$ , so dass in  $P'$  keine freien Produktionen existieren.
2. Entwerfen Sie ein Verfahren, das jeder Grammatik  $G$  eine äquivalente Grammatik  $G'$  ohne freie Produktionen zuordnet.

### Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Seien  $G_1 = (V_1, \Sigma_1, P_1, S_1)$  und  $G_2 = (V_2, \Sigma_2, P_2, S_2)$  Grammatiken des gleichen Typs  $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ .

1. Geben Sie eine Grammatik  $G$  vom gleichen Typ wie  $G_1$  an, so dass gilt

$$L(G) = L(G_1) \cup \{\epsilon\}.$$

2. Geben Sie eine Grammatik  $H$  vom gleichen Typ wie  $G_1$  an, so dass gilt

$$L(H) = L(G_1) \cup L(G_2).$$

### Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

Eine Grammatik  $G$  sei gegeben in BNF-Form durch

$$S \rightarrow a S d d, \quad S \rightarrow \{b\} \mid \{c\}.$$

Geben Sie  $G$  als kontextfreie Grammatik  $G = (V, \{a, b, c, d\}, P, S)$  an.

---

**Hinweis:** Die als Vorbereitung bezeichneten Aufgaben werden nicht bewertet und dienen der häuslichen Vorbereitung der Tutoraufgaben, die ebenfalls nicht bewertet werden. Die Abgabe einer Bearbeitung der Vorbereitungsaufgaben zusammen mit der Bearbeitung der Hausaufgaben wird empfohlen. Tutoraufgaben werden in den Übungsgruppen bearbeitet.

---

## Vorbereitung 1

Gegeben sind folgende Grammatiken:

$$G_1 := (\{S\}, \{a, b, +, (, )\}, \{S \rightarrow a, S \rightarrow b, S \rightarrow S+S, S \rightarrow (S)\}, S),$$
$$G_2 := (\{S\}, \{a, b, +, (, )\}, \{S \rightarrow a, S \rightarrow b, S \rightarrow a+S, S \rightarrow b+S, S \rightarrow (S)\}, S).$$

1. Ordnen Sie die Grammatiken in die Chomsky-Hierarchie ein.
2. Sind die Grammatiken eindeutig oder mehrdeutig?
3. Geben Sie jeweils einen Ableitungsbaum für das Wort  $a+(b+a)$  an.
4. Gilt  $L(G_1) = L(G_2)$ ?

## Vorbereitung 2

Geben Sie jeweils einen deterministischen endlichen Automaten (als Graph und Übergangsrelation) an, der über dem Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$  folgende Sprache akzeptiert:

1. Die Menge aller Wörter, die das Teilwort 1110 enthalten.
2. Die Menge aller Wörter, bei denen die Anzahl der Einsen durch 3 teilbar ist.
3. Die Menge aller Wörter, die mit 10 beginnen und auf 01 enden.

## Tutoraufgabe 1

Wir beziehen uns auf die in der Vorbereitung definierten Grammatiken  $G_1$  und  $G_2$ . Zeigen Sie:

1. Für alle  $w_1, w_2 \in L(G_1)$  ist auch  $(w_1+w_2) \in L(G_1)$ .
2. Gilt diese Aussage auch für  $G_2$ ?

## Tutoraufgabe 2

Wir betrachten einen nichtdeterministischen Automaten

$$N = (Q, \Sigma, \delta, S, F) = (\{s_0, s_1\}, \{a, b\}, \delta, \{s_0\}, \{s_1\})$$

mit  $\delta(s_0, a) = \{s_1\}$  und  $\delta(q, x) = \emptyset$  für  $(q, x) \neq (s_0, a)$ .

1. Konstruieren Sie mit dem Myhill-Verfahren einen endlichen deterministischen Automaten  $M$ , für den  $L(M) = L(N)$  gilt.
2. Kontruieren Sie nach Vorlesungsmethodik eine reguläre Grammatik  $G$  mit  $L(G) = L(M)$ .