
Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

1. Wie lautet das charakteristische Polynom der Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ mit

$$a_n = 3^n - 2^{n-1} + 3n - 1 ?$$

2. Lösen Sie die Rekursion $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ mit den variablen Anfangsbedingungen $a_0 = a$ und $a_1 = b$.

3. Lösen Sie (bis auf ein additives $O(1)$) die Rekursionsgleichung

$$T(n) = T(n/2) + 3n^2, T(1) = 1 .$$

4. Wie lautet die Stirlingformel?

5. Beweisen Sie mit Induktion

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\sum_{i=1}^n i \right)^2 .$$

6. Die n 'te Harmonische Zahl H_n ist definiert als

$$H_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} .$$

Zeigen Sie mit Induktion, dass $1 + \frac{m}{2} \leq H_{2^m} \leq 1 + m$ gilt.