Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Matthias Baumgart

Wintersemester 2007/2008
Übungsblatt 2
26. Oktober 2007

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 02.11.2007 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei die Rekursionsgleichung

$$a_n = a_{n-1} + n \cdot 2^n \qquad n \geq 1$$

mit der Anfangsbedingung $a_0 = 1$.

(a) Lösen Sie die Rekursion mit der Multiplikatorenmethode.

(b) Wandeln Sie die Rekursion in eine homogene Rekursionsgleichung um und lösen Sie diese mit der Methode des charakteristischen Polynoms.

(c) Lösen Sie die Rekursion mit Hilfe von Erzeugendenfunktionen.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Lösen Sie folgende Rekursionen mit Hilfe von Erzeugendenfunktionen:

(a) $a_n = 3a_{n-1} - 3a_{n-2} + a_{n-3}$ für $n \geq 3$ mit $a_0 = a_1 = a_2 = 1$.

(b) $a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}$ für $n \geq 1$ mit $a_0 = 2$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Zur Lösung mancher Rekursionsgleichungen ist es vorteilhaft, anstelle der üblichen Erzeugendenfunktion die Funktion

$$\hat{F}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_n}{n!} z^n$$

zu betrachten. Man nennt $\hat{F}(z)$ die exponentielle Erzeugendenfunktion der Folge $(f_n)_{n\geq 0}$.

Berechnen Sie die Koeffizienten der exponentiellen Erzeugendenfunktion $\hat{H}(z)$, die das Produkt zweier exponentieller Erzeugendenfunktionen, also $\hat{H}(z) = \hat{F}(z) \cdot \hat{G}(z)$, ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es seien T_1 und T_2 zwei (a, b)-Bäume mit n_1 bzw. n_2 Knoten, so dass für alle $x \in T_1$ und $y \in T_2$ gilt: $\text{key}(x) < \text{key}(y)$. Entwerfen Sie eine Prozedur Concatenate, die T_1 und T_2 zu einem neuen (a, b)-Baum verschmilzt und deren Laufzeit $O(\log(n_1 + n_2))$ ist.